$2^{éme}$ **A-Science**

Série N°:4

Résolution d'une équation du second degré :

Soit l'équation (E) : $ax^2 + bx + c = 0$ avec $a \neq 0$.

I/ On calcul le discriminant : $\Delta = b^2 - 4ac$

1^er cas : si $\Delta > 0$ alors (E) admette deux racines distinctes : $x' = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x'' = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

Une factorisation de (E) : $ax^2 + bx + c = a(x - x')(x - x'')$.

2^éme cas : si $\Delta = 0$ alors l'équation (E) admette une racine double : $x' = x'' = \frac{-b}{2a}$

Une factorisation de (E) : $ax^2 + bx + c = a(x - x')^2 = a(x-x'')^2$.

3^éme cas : si $\Delta < 0$ alors l'équation (E) n'admette pas de solutions. (E) ne se factorise pas.

II/ Cas particuliers :

- Si $a + b + c = 0$ alors : $x' = 1$ et $x'' = \frac{c}{a}$
- Si $a - b + c = 0$ alors : $x' = -1$ et $x'' = -\frac{c}{a}$

III/ Somme et produit :

Si x' et x" existent alors : $S = \frac{-b}{a}$ et $P = \frac{c}{a}$.

EXERCICE N°1 :

I/ Résoudre dans IR puis factoriser les équations suivantes :

- $x^2 + 3x - 10 = 0$
- $-4x^2 + x - 1 = 0$
- $\frac{9}{2}x^2 - 3x + \frac{1}{2} = 0$
- $(x - 1)^2 - 3x - 7 = 0$
- $-2x^2 + 9x - 4 = 0$
- $-3x^2 + 7x - 4 = 0$
- $2x^2 + 4x - 1 = 0$
- $2x^2 + 3x + 2 = 0$
- $x^2 - 2\sqrt{3}\,x + 2 = 0$
- $(\sqrt{2}+1)x^2 + x - \sqrt{2} = 0$
- $-4x^2 + (\pi+4)x - \pi = 0$
- $\pi x^2 + (1+\sqrt{3})x = 0$

II/ Résoudre dans IR les équations suivantes :

- $|x^2 - x - 2| = |-2x^2 + 3x + 2|$
- $\frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2} = 0$
- $\frac{x+1}{x+3} = \frac{7x-13}{(x-1)(x+3)}$
- $\frac{x^2 + 2x + 1}{3x^2 + 8x + 5} = -\frac{1}{2}$
- $\sqrt{2x+14} = x - 5$
- $\sqrt{-4x-3} = 2x + 3$
- $\sqrt{2x-1} + 2 = x$
- $\sqrt{x+3} + 1 = \sqrt{2-x}$

EXERCICE N°2 :

I/ Soit l'équation : $3x^2 - 5x + c = 0$, avec $c \in IR$.

Déterminer c pour que cette équation admette une solution double que l'on déterminera.

II/ Soit l'équation : $(m + 2)x^2 - 2(m - 1)x + 4 = 0$, $m \in IR$.

Déterminer les valeurs de m pour que cette équation admette une solution double que l'on déterminera.

EXERCICE N°3 :

Résoudre dans IR×IR les systèmes suivants :

$\begin{cases} x+y=7 \\ x.y=6 \end{cases}$ $\begin{cases} x-y=5 \\ x.y=-6 \end{cases}$ $\begin{cases} x+y+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{49}{6} \\ x.y=6 \end{cases}$

$\begin{cases} x^2+y^2=17 \\ x.y=-4 \end{cases}$ $\begin{cases} 2|x|+\sqrt{y}=9 \\ x^2.y=100 \end{cases}$

EXERCICE N°4 :

Résoudre dans IR les équations suivants :

1/ $x^2 - 7x + 10 = 0$, déduire les solutions de l'équation : $x^2 - 7|x| + 10 = 0$.

2/ $x^2 + 8|x| - 9 = 0$

3/ $x^2 + 4x - 5 = 0$, déduire les solutions de l'équation : $(x - 3)^2 + 4(x - 3) - 5 = 0$

4/ $2x - 5\sqrt{x} + 3 = 0$

5/ $\left(\frac{x}{x-2}\right)^2 - \frac{8x}{x-2} + 15 = 0$

6/ $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$

7/ $4x^4 - 9x^2 + 2 = 0$

EXERCICE N°5 :

I/ Soit dans IR l'équation : $x^2 + 5x - 7 = 0$

1/ Montrer sans calculer le discriminant que cette équation admette deux racines x' et x ''.

2/ Sans calculer x' et x'', déterminer :

$x' + x''$; $x'.x''$; $\frac{3}{x'}+\frac{3}{x''}$; $x'^2 + x''^2$; $(-2x' + 3)(-2x'' + 3)$ et $x'^3 + x''^3$

II/ Soit l'équation (E_m) : $(m^2 + 1)x^2 - 2mx - 2 = 0$, $m \in$ IR.

1/ Montrer sans calculer le discriminant que (E_m) admette deux racines distinctes.

2/ Déterminer m pour que l'une des racines soit égale à (-1) puis calculer l'autre racine.

3/ On prend m = 2, sans calculer x' et x'' déterminer : $A = \frac{x'+1}{x''-1} + \frac{x''+1}{x'-1}$